

Informes generales de la asignatura, noviembre de 2013

ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM

Bandas de calificación de la asignatura

Nivel Medio

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Rango de puntuaciones:	0 – 17	18 – 33	34 – 45	46 – 58	59 – 70	71 – 82	83 – 100

Proyecto para Nivel Medio

Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Rango de puntuaciones:	0 – 4	5 – 6	7 – 8	9 – 11	12 – 14	15 – 16	17 – 20

Ámbito y adecuación del trabajo entregado

Este es el último conjunto de proyectos que se puntúan según los criterios «antiguos».

Una vez más, los proyectos entregados eran de índole principalmente estadística, y en ellos los alumnos trataban de verificar una hipótesis que habían planteado. Muchos alumnos elaboraron proyectos interesantes, pero muchos otros parecían haberse limitado a trabajar lo mínimo indispensable para alcanzar un nivel de logro razonable. Casi todas las tareas elegidas resultaron adecuadas para un proyecto de Estudios Matemáticos NM. En unos pocos casos el tema elegido no resultaba apropiado, y esto quedó patente en el apartado de análisis, en el que no se pudo aplicar ninguno o casi ningún procedimiento matemático.

Muchos proyectos estaban basados en cuestionarios o encuestas, pero no siempre se incluyó con el proyecto una copia de dicho cuestionario o encuesta. Algunos alumnos no incluyeron los datos primarios, lo que impidió hacer referencias cruzadas de datos y comprobar los procedimientos matemáticos utilizados.

En algunos casos, en los que el alumno recogió sus propios datos, el proceso de obtención de datos no se describió con suficiente detalle como para poder evaluar la calidad de los datos recabados.

Hubo una serie de alumnos que omitieron todos los procedimientos matemáticos simples. En estos casos, el primer procedimiento sofisticado incluido en el proyecto se consideró «simple». Muchos alumnos realizaron pruebas de chi-cuadrado con un número insuficiente de datos o con datos que no eran de frecuencia, lo que hizo que la prueba fuera «no válida». También hubo alumnos que

extrajeron de manera incorrecta sus conclusiones sobre la «correlación» basándose en la prueba de chi-cuadrado para la independencia. Hubo pocos profesores que se apercibieran de estos errores.

Últimamente hay muchos más alumnos que dejan que los medios tecnológicos hagan por ellos los cálculos matemáticos y que, con frecuencia, incluso llegan a no hacer ellos mismos ningún cálculo matemático. Todos los procedimientos matemáticos en los que se utilicen únicamente medios tecnológicos se han de considerar procedimientos simples.

Cada vez hay más alumnos que elaboran proyectos muy cortos, donde no se ven reflejadas las 20 horas reservadas para trabajar en el proyecto en clase, más aproximadamente la misma cantidad de horas que habría que dedicarle al proyecto fuera del aula.

Parece que hay unos pocos colegios que alientan a los alumnos a seguir un formato preestablecido. Aunque esto permite al alumno centrarse en mayor medida, lamentablemente el resultado global de este enfoque es una falta de originalidad de las tareas entregadas.

En comparación con lo que se veía en el pasado, el abanico de conceptos matemáticos cubiertos ha disminuido significativamente. Sin embargo, sí que hubo algunos alumnos que presentaron unos proyectos estupendos que lograron elevadas puntuaciones en casi todos los criterios de evaluación.

Quedó patente que la orientación que los profesores proporcionan a los alumnos varía de un colegio a otro.

Los comentarios que hicieron los profesores en los formularios 5/PJCS fueron, por lo general, claros y útiles. También se anima a los profesores a que escriban comentarios en los proyectos y a que indiquen en qué lugares se ha comprobado la precisión de los procedimientos matemáticos utilizados.

Desempeño de los alumnos con relación a cada criterio

Criterio A

La mayoría de los alumnos elaboraron un enunciado de la tarea y describieron el plan que pretendían seguir, pero no todos ellos explicaron los pasos que iban a dar o los procedimientos matemáticos que les iban a permitir alcanzar su objetivo. Es importante seguir el plan previsto. Si el plan está bien documentado, partiendo de ahí el proyecto suele fluir sin problemas.

Criterio B

Muchos alumnos recopilaron datos suficientes para facilitarles el análisis. Sin embargo, hubo otros alumnos que recabaron una cantidad insuficiente de datos o que no describieron la elección de la muestra y el proceso de obtención de datos con el suficiente detalle como para poder evaluar la calidad de los datos. No todos los alumnos dispusieron los datos en tablas que estuvieran listas para el análisis. En algunos casos quedó patente que el alumno había recabado datos (mediante un cuestionario o de algún otro modo alternativo) pero, sin embargo, luego el alumno no incluyó estos datos en el proyecto. Si no están presentes los datos primarios, el moderador no puede comprobar ni la precisión de las tablas de datos ni los procedimientos matemáticos utilizados. Los alumnos deberían tener presente que disponer de muchos datos no siempre implica que el trabajo tenga la calidad necesaria para obtener la máxima puntuación en este apartado. Si los datos son demasiado simples, esto limitará el análisis matemático que el alumno podrá realizar y la calidad de la discusión sobre los resultados obtenidos. Cuando se utilice información secundaria, los alumnos deben identificar claramente la fuente de la cual procede.

Criterio C

En esta convocatoria hubo menos alumnos que omitieran los procesos matemáticos simples. Muchos alumnos realizaron pruebas de chi-cuadrado con un número insuficiente de datos o con

datos que no eran de frecuencia, lo que hizo que la prueba resultara «no válida». Muchos alumnos utilizaron una proposición general de la tarea a modo de hipótesis nula, en vez de escribir hipótesis nulas y alternativas claras.

Algunos alumnos confundieron el coeficiente de determinación con el coeficiente de correlación, lo que parece indicar que no les queda clara la diferencia entre estos dos conceptos.

Algunos alumnos incluyeron únicamente procedimientos matemáticos simples porque su proyecto no les permitió emplear técnicas sofisticadas. Muchos de ellos únicamente utilizaron medios tecnológicos para acometer técnicas sofisticadas, sin darse cuenta de que este enfoque se considera procedimiento matemático simple, dado que el alumno no realiza él mismo ninguna operación matemática. Además, haciéndolo así el alumno no le demuestra al moderador que ha comprendido bien el proceso. Algunos alumnos incluyeron procedimientos matemáticos que resultaban completamente irrelevantes. De hecho, esto puede conllevar la pérdida de puntos por parte del alumno. Los profesores, antes de conceder un determinado nivel de logro en el Criterio C, deben comprobar la precisión de los procedimientos matemáticos que ha utilizado el alumno.

Criterio D

La mayoría de los alumnos obtuvieron al menos un resultado que fuera coherente con el análisis que habían realizado, pero pocos de ellos dieron explicaciones detalladas y rigurosas de lo que habían hallado, calculado y observado. Algunos alumnos no escribieron conclusiones parciales tras cada procedimiento, sino que escribieron una conclusión global al final. Esto entorpece y dificulta la fluidez del proyecto. Algunos alumnos trataron de justificar sus resultados basándose en sus propias convicciones personales, en lugar de basarse en los procedimientos matemáticos que habían realizado.

Criterio E

Cada vez hay más alumnos que incluyen comentarios acertados sobre la validez.

Sus discusiones suelen centrarse en la obtención de los datos, pero cada vez hay más alumnos que tratan de elaborar comentarios sobre la validez de los propios procedimientos. Algunos alumnos están empezando a añadir sugerencias sensatas para la ampliación de su proyecto.

Criterio F

La mayoría de los proyectos estaban correctamente estructurados y transmitían bien las ideas. También es importante asegurarse de que la notación y la terminología utilizadas sean correctas; si no, hay que limitar la puntuación que se le puede conceder al alumno por este criterio. Muchos alumnos perdieron puntos debido a errores cometidos en la notación o en la terminología.

Criterio G

Parece que la mayoría de los profesores han concedido las puntuaciones correctamente, siguiendo las pautas adecuadas. Sin embargo, algunos colegios abusan de este criterio, otorgando la máxima puntuación a todos los alumnos, incluso a trabajos muy simplistas, hechos a toda prisa y sin la calidad suficiente.

Recomendaciones y orientación para la enseñanza de futuros alumnos

Los profesores pueden ayudar a sus alumnos de muchas formas:

- Proporcionándoles ejemplos de «buenos» proyectos, para que sepan lo que se espera de ellos.
- Asegurándose de que conocen (y comprenden) los criterios de evaluación.

- Recordando a los alumnos que el proyecto es un trabajo importante y que ha de reflejar un compromiso en términos de tiempo y esfuerzo.
- Animándoles a idear su propia tarea y a explicar el plan de manera detallada y minuciosa, ya que esto les ayuda a centrar la tarea.
- Comprobando que los procedimientos matemáticos utilizados en el proyecto son correctos y resultan pertinentes.
- Recordando a los alumnos que han de emplear frecuencias únicamente si para el análisis están utilizando la prueba de chi-cuadrado, y que tienen que comprobar que los valores esperados sean mayores que 5.
- Si los alumnos hacen uso de medios tecnológicos, hay que recordarles que deben dar un ejemplo desarrollado a mano de lo que están haciendo antes de empezar a realizar operaciones con la calculadora.
- Instando a los alumnos a prestar más atención a detalles tales como rótulos y escalas en los gráficos, errores de ortografía, erratas y notación de computadores.
- Explicando a los alumnos cómo evaluar su trabajo, extraer conclusiones, examinar los procedimientos matemáticos utilizados, y comentar de manera crítica dichos procedimientos.
- Informando a los alumnos sobre las técnicas de muestreo.
- Recordándoles que han de incluir todos los datos primarios, bien en un anexo o bien como parte de la tarea.
- Recordándoles la importancia de incluir procedimientos matemáticos simples en el proyecto.
- Enviando el trabajo original del alumno al moderador.
- Reuniéndose con regularidad con los alumnos, y marcando plazos de entrega intermedios para hacer así un seguimiento de los avances del proyecto y solventar cualquier deficiencia importante que pudiera haber antes de que sea demasiado tarde.

Nivel Medio - Prueba 1

Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Rango de puntuaciones:	0 – 14	15 – 28	29 – 41	42 – 53	54 – 64	65 – 76	77 – 90

Áreas del programa y del examen que les resultaron difíciles a los alumnos

Las áreas de la asignatura que les resultaron difíciles a algunos alumnos fueron, entre otras: estadística, especialmente el hallar la desviación típica; lógica: completar la tabla de verdad y hallar la proposición recíproca; geometría: utilizar $DCB = \text{tg}^{-1}(0,6)$ y hallar el área de un triángulo que no sea

rectángulo; progresiones aritméticas; dibujar aproximadamente una curva; progresiones geométricas enmarcadas en un contexto dado; y matemáticas financieras: el utilizar la tabla para calcular tipos de interés.

Áreas del programa y del examen en las que los alumnos demostraron estar bien preparados

En las preguntas sobre diagramas de Venn, gráficos de frecuencias acumuladas, diagramas de árbol, pruebas de χ^2 , cálculo diferencial, gráficos de funciones trigonométricas y modelos exponenciales los alumnos se mostraron bastantes seguros al responderlas, con un número relativamente bajo de alumnos que dejaron en blancos estas preguntas.

La mayoría de los alumnos parecían estar familiarizados con las funciones de su calculadora de pantalla gráfica.

Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

Pregunta 1: Estadística

La mayoría de los alumnos fueron capaces de establecer si los datos eran discretos o continuos y de hallar la moda. Sin embargo, algunos de ellos tuvieron dificultades con los cálculos para hallar la media, la mediana, y la desviación típica. Un número significativo de alumnos indicaron que la moda era igual a 37 (en vez de decir que era igual a 0). Parece que muchos de ellos no utilizaron la calculadora, y algunos obtuvieron con la calculadora de pantalla gráfica el valor 1,47, que es incorrecto.

Pregunta 2: Conjuntos de números y diagramas de Venn

La mayoría de los alumnos respondieron correctamente a esta pregunta. El error más frecuente fue olvidarse de colocar el 1 y el 5 en el diagrama o incluir el 0 en el conjunto de números enteros pares.

Pregunta 3: Lógica

La mayoría de los alumnos fueron capaces de escribir con palabras la proposición compuesta. Sin embargo, muchos no supieron escribir la recíproca en forma simbólica. A pesar de ser capaces de completar la tercera columna de la tabla de verdad, muchos no supieron completar correctamente la cuarta columna.

Pregunta 4: Obtener información del gráfico de una distribución de frecuencias acumuladas

Muchos alumnos obtuvieron la máxima puntuación en esta pregunta, a pesar de que un número significativamente alto no supo hallar el rango intercuartil.

Pregunta 5: Geometría y trigonometría

Los alumnos, en general, no respondieron acertadamente a esta pregunta. Muchos de ellos no supieron utilizar correctamente el teorema de Pitágoras, y muchos no lograron darse cuenta de la información que podían extraer de $\text{tg}(\angle DCB)=0,6$ y calcularon el tamaño del ángulo DCB, redondeándolo a 31° . Lamentablemente, este método conducía a un valor de DB inexacto. A muchos también les costó hallar el área del triángulo ADC, pues no se dieron cuenta de que tenían que restar las áreas de los triángulos. Aquellos alumnos que intentaron hallar la longitud de los lados y de los ángulos del triángulo ADC por lo general no lograron calcular su área correctamente.

Pregunta 6: Progresión aritmética

Muchos alumnos dieron como respuesta 8, en vez de -8, pero se les concedieron puntos de arrastre de error en los apartados (b) y (c) en aquellos casos en los que se incluyó el desarrollo del ejercicio (razonamiento/cálculos). Algunos alumnos parecían no ser conscientes de que en la fórmula de la progresión aritmética (tanto en la de un término dado como en la de la suma) la diferencia común va multiplicada, en vez de sumada o restada. Aquellos alumnos que utilizaron una lista para responder a esta pregunta pudieron optar a la máxima puntuación.

Pregunta 7: Probabilidad compuesta

Los alumnos demostraron ser capaces de colocar los valores de probabilidad en la posición correcta del diagrama de árbol, y muchos de ellos llegaron a hallar correctamente la probabilidad, obteniendo así la máxima puntuación en esta pregunta. Algunos alumnos no se dieron cuenta de que era necesario sumar dos productos. Un error que se observó con demasiada frecuencia en el apartado (b) del examen escrito de los alumnos fue dar como resultado probabilidades mayores que 1.

Pregunta 8: Prueba de χ^2

La mayoría de los alumnos lograron resolver correctamente esta pregunta, y muchos de ellos obtuvieron la máxima puntuación (6 puntos).

Pregunta 9: Análisis

Hubo un número sorprendentemente alto de alumnos que no fueron capaces de desarrollar correctamente la expresión dada en el apartado (a). La mayoría de los alumnos fueron capaces de derivar la función, pero hubo un número considerable que no supieron hallar la ordenada (coordenada x) del mínimo. Los alumnos han de leer las preguntas correctamente, puesto que a aquellos que dieron por respuesta un par ordenado no se les concedió la puntuación final. Hubo unos cuantos alumnos que no recurrieron al análisis para determinar el mínimo local sino que dibujaron un gráfico de la función, logrando con frecuencia la máxima puntuación en el apartado (c), incluso en aquellos casos en los que el apartado (b) o (a) era incorrecto o se había dejado en blanco.

Pregunta 10: Uso de la calculadora de pantalla gráfica

Muchos alumnos intentaron resolver esta pregunta, pero relativamente pocos de ellos lograron la máxima puntuación (seis puntos). A pesar de que se les pidió que indicaran claramente en qué puntos el gráfico cortaba a los ejes, muchos de los alumnos no lo hicieron. Hubo algunos que se equivocaron al escribir las funciones en la calculadora. Un error frecuente en el apartado (b) fue dar como respuesta pares ordenados; en esos casos al alumno no se le concedió la puntuación final.

Pregunta 11: Progresión geométrica

El primer apartado de esta pregunta fue respondido con bastante acierto, especialmente en el caso de aquellos alumnos que utilizaron una lista. Sin embargo, las respuestas dadas al apartado (b) fueron deficientes. Entre los errores más habituales cometidos en el apartado (b) estuvieron: hallar el número de rondas en vez del número total de partidos jugados, o tomar 512 como primer término (en vez de 256).

Pregunta 12: Funciones cuadráticas y aplicaciones

Los alumnos respondieron razonablemente bien a esta pregunta, y hubo muchos que fueron capaces de escribir las dos ecuaciones y de resolverlas en función de a y b . Errores tales como confundir la ecuación dada con $3a^2 + b = 119$ hicieron que se perdieran algunos puntos, a pesar de que los alumnos parecían saber lo que tenían que hacer. Muchos de los alumnos que supieron plantear la ecuación del apartado (c) consiguieron resolverla correctamente. Se concedieron puntos de arrastre de error a muchos alumnos por incluir cálculos correctos, sustituyendo los valores procedentes del apartado (b).

Pregunta 13: Matemáticas financieras

Parece que esta pregunta fue la que más difícil resultó de toda la Prueba 1. Algunos alumnos trataron de utilizar las fórmulas del interés simple o del interés compuesto para responder al apartado (a), en vez de utilizar la tabla financiera. A muchos alumnos se les olvidó restar 80.000 \$. En el apartado (b) había que redondear a la baja el valor 43.062,6. Hubo relativamente pocos alumnos que se dieran cuenta de esto y muchos de ellos dieron como respuesta final 43.100 \$.

Pregunta 14: Gráficos de funciones trigonométricas

Era menos probable que los alumnos fueran capaces de hallar el periodo de la función, a pesar de que la mayoría de ellos supieron escribir la amplitud. Muchos de ellos no fueron capaces de hallar el número de puntos de intersección, a pesar de que la mayoría al menos lo intentaron. Un error habitual fue enumerar todas las soluciones, en vez de dar el número de soluciones de las dos funciones.

Pregunta 15: Modelos exponenciales

Los alumnos respondieron muy bien a esta pregunta, a pesar de que a algunos no se les concedió la puntuación final porque la respuesta dada no fue un número entero de computadores. En el apartado (b) algunos alumnos olvidaron dar la respuesta redondeando al número entero de horas más cercano y, por consiguiente, no recibieron la puntuación final.

Recomendaciones y orientación para la enseñanza de futuros alumnos

Se debería instar a los alumnos a que incluyan el desarrollo del ejercicio (razonamiento y cálculos realizados) en todas las preguntas que valgan más de un punto, y a que escriban el número del apartado de la pregunta junto a dicho desarrollo. Es difícil poder conceder puntos por método o puntos por arrastre de error si cuesta leer el desarrollo o si no se ha indicado a qué apartado de la pregunta corresponde dicho desarrollo. Hay que escribir el desarrollo dentro del cuadro para cálculos, dado que el sistema de calificación en línea del IB no les permite a los examinadores ver fácilmente toda la página de una vez. Las páginas adicionales no deben adjuntarse, a menos que contengan cálculos que hayan de ser corregidos y calificados. Todas las hojas de papel adicionales han de estar claramente rotuladas, indicando el número y el apartado de la pregunta al que corresponde.

El uso de calculadoras de pantalla gráfica está mejorando, pero hay que seguir haciendo hincapié en su valía para la resolución de problemas, para hallar puntos en un gráfico o para verificar las respuestas dadas a determinadas preguntas. La calculadora debería utilizarse en todas las áreas del programa de estudios, no únicamente en estadística.

Hay que recordarles a los alumnos que existe una diferencia entre dibujar aproximadamente y dibujar con precisión, y que han de tener en cuenta todas las instrucciones adicionales, tales como indicar puntos de corte, resolver en función de x o hallar las coordenadas, dar respuestas exactas, redondear a tres cifras significativas o dar las respuestas con un grado de precisión determinado.

Hay que poner énfasis en las habilidades aritméticas básicas (incluido el orden de las operaciones), en particular en lo que respecta a las progresiones aritméticas.

Hay que dedicar algo de tiempo en clase a practicar con pruebas de convocatorias anteriores. La mayoría de las preguntas les habrían resultado familiares a los alumnos si hubieran practicado previamente respondiendo las numerosas pruebas de convocatorias anteriores que hay publicadas.

Nivel Medio – Prueba 2

Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Rango de puntuaciones:	0 – 16	17 – 33	34 – 43	44 – 53	54 – 62	63 – 72	73 – 90

Áreas del programa y del examen que les resultaron difíciles a los alumnos

- Conversión entre unidades del sistema métrico decimal.
- Probabilidad (sin reposición).
- Determinar un mínimo local.
- Hallar la pendiente de una recta tangente.
- Hallar la ecuación de una recta y escribirla de la forma $x + by + c = 0$.
- Conversiones complejas de divisas.
- El concepto de depreciación.

Áreas del programa y del examen en las que los alumnos demostraron estar bien preparados

- Diagramas de dispersión y rectas de regresión.
- Porcentaje de error.
- Forma normalizada (estándar).
- Diagramas de Venn y probabilidad simple basada en un diagrama de Venn.
- Derivadas.
- Tipos de cambio simples.
- Interés simple.

Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

Pregunta 1: Diagramas de dispersión, recta de regresión y porcentaje de error

Una mayoría significativa de alumnos abordaron muy bien esta pregunta. En el apartado (a) se vieron muchos intentos acertados y precisos de elaborar un diagrama de dispersión. Sin embargo,

una minoría de alumnos optó por no utilizar papel milimetrado y utilizar en su lugar el cuadernillo de respuestas. Estos alumnos obtuvieron, como mucho, un punto por ese apartado de la pregunta. En los apartados (b) y (d) hubo muchas respuestas correctas, lo que refleja el buen uso que se hizo de la calculadora de pantalla gráfica. Por un lado, hubo muchos alumnos que se dieron cuenta de que la recta de regresión pasaba por el punto M , pero también hubo un número significativo de alumnos que parece que dibujaron la recta «a ojo», en vez de utilizar la ecuación hallada en el apartado (d) y, como consecuencia para muchos de ellos, la línea recta (o recta proyectada) no estaba dentro de las tolerancias establecidas para poder optar al segundo punto. Muchos alumnos comprendieron los requisitos para el apartado (f) y la mayoría de los exámenes escritos de los alumnos recibieron la máxima puntuación en este apartado. Sin embargo, aquellos alumnos que optaron por utilizar su gráfico obtuvieron, como mucho, dos puntos en este apartado. Muchos alumnos profundizaron bastante a la hora de indicar un motivo apropiado en el apartado (f), y con frecuencia se dieron argumentos del tipo «dentro del rango de datos» o «una fuerte correlación». El porcentaje de error les causó muy pocos problemas a los alumnos, y se vieron muchas respuestas correctas en el apartado (h).

Pregunta 2: Trigonometría y mediciones

Algunos alumnos dieron por hecho que el triángulo ACB era un triángulo rectángulo, con el ángulo $ACB = 90^\circ$. Dichos alumnos no obtuvieron ningún punto en el apartado (a), pero pudieron recuperar la mayoría de los puntos en los restantes apartados de la pregunta. De entre aquellos alumnos que utilizaron correctamente la regla del coseno en el apartado (a), la mayoría de ellos lograron la máxima puntuación (3 puntos) en este apartado y emplearon la fórmula correcta para hallar el área del triángulo en el apartado (b), logrando así al menos 2 puntos en este apartado. Sin embargo, no se concedió la puntuación final si la respuesta no se dio con las unidades correctas o se dio sin unidades. En general, los alumnos resolvieron correctamente los apartados (c) y (e), y muchos de ellos mostraron también la respuesta sin redondear antes de dar la respuesta requerida. El apartado (f) resultó ser bastante problemático para muchos de los alumnos. A pesar de que muchos fueron capaces de obtener un punto de método por $\frac{2190 \times 2600}{22}$, un número significativamente alto de estos alumnos no supieron convertir correctamente las unidades; de hecho, se vieron muy pocas respuestas correctas. La respuesta más frecuente resultó ser 2.590 litros.

Pregunta 3: Diagramas de Venn y probabilidad

Parece que los alumnos tenían bastante práctica en la técnica de elaborar diagramas de Venn y de utilizar los datos de los diagramas para resolver problemas de probabilidad, por lo que respondieron a esta pregunta bastante acertadamente. Exceptuando algún que otro error a la hora de determinar el valor de x en el apartado (b), muchos alumnos lograron la máxima puntuación en los dos primeros apartados de la pregunta. De hecho, aquellos que calcularon un valor incorrecto de x pudieron recuperar muchos puntos en los apartados restantes de la pregunta mediante los puntos de arrastre de error. «Explique con palabras...» hacía necesario que los alumnos respondieran al apartado (c) en el contexto de la pregunta, por lo que a la respuesta « E unión S intersección no A » no se le concedió ningún punto. Entre aquellos alumnos que sí que respondieron en el contexto de la pregunta, muchos obtuvieron un punto por la respuesta «no había viajado Asia» pero un número significativo de ellos utilizaron «y» en vez de «o» y, por consiguiente, no se les concedió el otro punto por expresar en palabras $E \cup S$. A pesar de que en el apartado (d) muchos dieron la respuesta correcta (que era 20), un número significativo de alumnos dieron como respuesta (incorrecta) 113, valor al que suponemos que llegaron calculando $n((E \cap S \cap A)')$, en vez de hacer lo que se les pedía en la pregunta. Parece que el disponer de un diagrama de Venn resultó ser una buena ayuda en los apartados (e) y (f), y en ellos se vieron muchos enfoques acertados. Sin embargo, en el apartado (g) hubo un número significativo de alumnos que o bien eligieron un método «con reposición», o sencillamente no supieron qué hacer con las probabilidades una vez que las habían hallado. Por ello, este apartado de la pregunta resultó ser todo un discriminador.

Pregunta 4: Funciones, análisis y la ecuación de la recta

Sorprendentemente, un método correcto para sustituir el valor de -2 en la función dada condujo a muchos alumnos a diversas respuestas incorrectas. Este hecho sugiere que los alumnos manejan mal los signos negativos y/o no saben utilizar adecuadamente la calculadora de pantalla gráfica. En el apartado (b) se vieron muchas respuestas correctas, puesto que parecía que los alumnos tenían bastante práctica con el proceso de derivación. No obstante, el apartado (c) resultó ser todo un discriminador. Este apartado de la pregunta valía 5 puntos, y limitarse a mostrar que $x=3$ es un punto singular no era suficiente para conseguir todos estos puntos. Muchos de los alumnos solo obtuvieron 2 puntos, por sustituir $x=3$ en la respuesta que habían obtenido en el apartado (b). Una vez demostrado que había un punto singular en $x=3$ no se esperaba de los alumnos que utilizaran la derivada segunda, sino que demostraran que la función es decreciente para $x < 3$ y creciente para $x > 3$. En el apartado (d) había que hacer un bosquejo (dibujo aproximado), bien en papel de rayas/pautado o en papel milimetrado. La mayoría de los alumnos obtuvieron al menos dos puntos en este apartado, siendo los errores más habituales el dejar los ejes sin rotular completamente y el presentar curvas que distaban mucho de ser suaves. En el apartado (e) muchos alumnos identificaron correctamente las coordenadas y obtuvieron los dos puntos asignados a este apartado. Por el contrario, para muchos alumnos aquí es donde acabaron sus respuestas, dado que en el apartado (f) tuvieron problemas para vincular la función de la recta tangente hallada en el apartado (b) a dichas coordenadas. Únicamente una minoría significativa de alumnos fue capaz de llegar hasta la respuesta correcta, igual a -24 . De hecho, en este apartado y en el apartado final de la pregunta hubo muchas SR (sin respuesta). Dado que a muchos alumnos el apartado (f) les resultó complicado, a un número incluso mayor de ellos les costó muchísimo avanzar más allá de «la pendiente de L ». Una minoría de alumnos escribieron la pendiente de la recta perpendicular, pero parece que luego no sabían cómo seguir a partir de ahí. Sustituir la pendiente en b y las coordenadas $(2, -12)$ en la ecuación $x + by + c = 0$ fue un método utilizado por muchos, pero que es erróneo. Solo en casos muy aislados el examen escrito del alumno contenía la respuesta correcta para este apartado de la pregunta.

Pregunta 5: Conversión de divisas, interés simple y depreciación

A pesar de que en la parte superior de la pregunta, en negrita, estaba escrito: «En esta pregunta, dé todas las respuestas redondeando a dos lugares decimales» hubo muchos alumnos que perdieron un punto (y solo uno) por dar al menos una respuesta redondeando solamente a un lugar decimal. En esta pregunta había bastante texto que leer, y parece que algunos alumnos se perdieron por el camino a medida que iban desarrollando la solución y, como consecuencia de ello, perdieron puntos en la última parte de la pregunta. Un número significativamente alto de alumnos obtuvieron prácticamente la puntuación máxima desde el apartado (a) hasta el (d). Los puntos que no se concedieron fueron, principalmente, por no dar la respuesta redondeando a dos lugares decimales y por no sumar la cantidad invertida con los intereses obtenidos en el apartado (c). De hecho, muchos alumnos fueron capaces de determinar correctamente cuál era el valor depreciado del coche el 1 de agosto de 2009, simplemente calculando el 91% del precio original. Sin embargo, para muchos alumnos el apartado (e) resultó bastante esquivo y complicado, puesto que algunos abordaron el problema simplemente como un «problema inverso de intereses simples» y siguieron restando el 9% para cada uno de los 3 años subsiguientes. Como consecuencia de ello, las respuestas incorrectas de la forma 17.361,60, obtenidas del cálculo $(27.127,50 \times (1 - 0,09 \times 4))$, con frecuencia se ignoraron convenientemente y se redondearon a la respuesta requerida, que era 18.600 GBP. Por dicho método no se concedió ningún punto. Se dio mucha información en el último apartado de la pregunta y, como consecuencia de ello, muchos alumnos fueron incapaces de obtener aquí la máxima puntuación. Hubo ciertamente bastante confusión sobre qué cantidad es la que había que dividir por 0,8694 (no fue raro ver $\frac{18.600 + 8.198,05 - 30.500}{0,8694} = -4258,05$) e incluso el introducir el tipo de cambio original (0,7234) causó una cierta confusión. Como ejemplo adicional, un valor incorrecto traído del apartado (c) (1.250,55) condujo a un resultado negativo. En aquellos casos en los que el método empleado fue correcto (a pesar de haber utilizado un valor incorrecto procedente de apartados anteriores) se concedieron los 3 puntos por el método. Sin embargo el obtener un resultado negativo de $-7.667,53$ debería haber alertado a los alumnos de que había habido algún

fallo en algún lugar y de que dicho error solo podía haberse producido en el apartado actual de la pregunta o en el apartado (c).

Recomendaciones y orientación para la enseñanza de futuros alumnos

A los alumnos se les debería instar a:

- Comprobar que en las preguntas de mediciones, en las que han de determinar un área (o un volumen), las respuestas finales se dan siempre con las unidades correctas.
- Identificar cuántos puntos tiene asignado cada apartado de la pregunta y, basándose en esta información, determinar cuántos procedimientos (puntos por método) y cuántos puntos por precisión es probable que se asignen.
- Mostrar todo el desarrollo del trabajo, para así poder obtener puntos por el método si las respuestas no son correctas.
- Comprobar que las respuestas tienen sentido, cotejándolas con la información que se les ha proporcionado. Allí donde obtengan una respuesta negativa pero se requiera una respuesta positiva (o viceversa) los alumnos deberían investigar en mayor detalle el método utilizado. Allí donde se proporcione la respuesta final y la respuesta del alumno no coincida con ese valor o, cuando al redondearla, no coincida con este valor dado, en esos casos el alumno debería investigar con más detalle dónde ha podido fallar el método empleado.
- No tachar ninguna parte del trabajo a menos que sea reemplazada: no se otorga ningún punto a los cálculos/razonamientos que aparezcan tachados.
- No dar por supuesta ninguna propiedad de una figura geométrica si no se proporcionan datos al respecto (véase la Pregunta 2 (a)).